SEMESTER EXAMINATION DECEMBER-2023

Course Name: - B.Tech(CSE, ME, CE, EE, ECE) **Semester:- First**

Paper Name: - Engineering Mathematics-I **Paper Code: - TBS-102**

Time - 3 Hrs + 20 minutes per hour extra time for V.I. & examinees with writer. **Max Marks-70**

समय– 3 घण्टे + 20 मिनट प्रति घंटे अतिरिक्त–दृष्टिबाधित एवं सह लेखक परीक्षार्थियों के लिए। अधिकतम अंक–70

Instructions:

- The question paper consists of three sections namely A, B, C. All sections are compulsory.
- Section A- Each question carries **3 mark. All questions are compulsory.**
- Section B- Answer any **5 out of 7** given questions in maximum one hundred fifty (150) words. Each question carries **7 marks.**
- Section C- Answer any **2 out of 3** given questions in maximum three hundred (300) words. Each question carries **10 marks.**

निर्देश:

- प्रश्न पत्र में तीन खण्ड अ, ब, व स हैं। सभी खण्ड अनिवार्य हैं।
- खण्ड–अ में प्रत्येक प्रश्न तीन अंक का है। **सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।**
- खण्ड–ब में **सात प्रश्नों में से किन्हीं पाँच** प्रश्नों के उत्तर अधिकतम 150 शब्दों में दें। प्रत्येक प्रश्न **सात अंक** का है।
- खण्ड–स में **तीन प्रश्नों में से किन्हीं दो** प्रश्नों के उत्तर अधिकतम (250-300) शब्दों में दें। प्रत्येक प्रश्न **10 अंक** का है।

Section – A (खण्ड–अ)

Objective Questions(वस्तुनिष्ठ प्रश्न)

1. Answer all the following questions. **5x3 =15**

निम्नलिखित सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

i) The 4^{th}differential co-efficient of the $sin(ax+b)$

a) $y_4 = a^4 sin(ax+b+\frac{n\pi}{2})$

b) $y_4 = a^4 \cos(ax+b+\frac{n\pi}{2})$

c) $y_4 = a^4 sin(ax+b+2\pi)$

d) $y_4 = a^4 \cos(ax+b+2\pi)$

ii) Find the rank of matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 7 \\ 3 & 5 & 10 \end{bmatrix}$

a) 1

b) 2

c) 3

d) None

iii) The value of $\Gamma\left(\frac{-1}{2}\right)$ is

a) $-2\sqrt{\pi}$

b) $2\sqrt{\pi}$

c) $-\sqrt{\pi}$

d) $\sqrt{\pi}$

iv) If $\vec{r} = x\hat{\imath} + y\hat{\jmath} + z\hat{k}$ then $grad\ r$ is

a) $\frac{\vec{r}}{r}$

b) $\frac{\vec{r}}{r^2}$

c) $-\frac{\vec{r}}{r}$

d) $-\frac{\vec{r}}{r^3}$

v) The degree and order of differential equation $\frac{d^2y}{dx^2} + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + y = 0$

a) 2, 1

b) 1, 2

c) 1, 3

d) 3, 1

Section – B (खण्ड–ब)
Short Answer Questions (लघुउत्तरीय प्रश्न)

2. Answer any five of the following questions in maximum 150 words. **5x7=35**

निम्नलिखित में से किन्हीं पाँच प्रश्नों के उत्तर अधिकतम 150 शब्दों में दें।

i. Find the rank of the matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{bmatrix}$; a, b, c being all real.

ii. Solve: $(D^2 - 2D + 1)y = xe^x \sin x$.

iii. If $\overrightarrow{F}(x, y, z) = xz^3\hat{\imath} - 2x^2yz\hat{\jmath} + 2yz^4\hat{k}$, find the divergence and curl of $\overrightarrow{F}(x, y, z)$.

iv. State the Rolle's theorem and expand $\tan x$ by Maclaurin's Theorem as for as x^5.

v. Show that $\beta(p, q) = \int_0^1 \frac{x^{p-1}+x^{q-1}}{(1+x)^{p+q}} dx$

vi. Find the eigen values and eigen vectors of the matrix $A = \begin{bmatrix} -2 & 2 & -3 \\ 2 & 1 & -6 \\ -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$.

vii. If $f(x) = \frac{x}{1+e^{1/x}}$, $x \neq 0$ and $f(0) = 0$, then show that the function is continuous but not differentiable at $x = 0$.

Section – C (खण्ड–स)
Descriptive Questions (विवरणात्मक प्रश्न)

3. Answer any two of the following question in maximum 300 words. **2x10=20**

निम्नलिखित में से किन्हीं दो प्रश्नों के उत्तर अधिकतम 300 शब्दों में दें।

i) (a) State and Proof Legendre's duplication formula.

(b) If $y = (\sin^{-1} x)^2$, prove that $(1 - x^2)y_{n+2} - (2n + 1)xy_{n+1} - n^2y_n = 0$.

ii) Verify divergence theorem for $\overrightarrow{F} = 4xz\hat{\imath} - y^2\hat{\jmath} + yz\hat{k}$ taken over the cube bounded by the lines $x = 0, x = 1, y = 0, y = 1, z = 0, z = 1$.

iii) Find the characteristic equation of the symmetric matrix. $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$ and verify that is satisfied by A and hence obtain A^{-1}. Express

(a) $A^6 - 6A^5 + 9A^4 - 2A^3 - 12A^2 + 23A - 9I$

(b) $A^5 - 5A^4 + 3A^3 + 6A^2 - 6A + 2I$

as linear polynomial in A.

BACK PAPER (ODD SEMESTER) EXAMINATION, JUNE-2024 (HELD IN SEPT 2024)Course Name: - B.Tech(CSE, ME, CE, EE, ECE) Semester:- First

Paper Name: - Engineering Mathematics-I Paper Code: - TBS-102

Time - 3 Hrs + 20 minutes per hour extra time for V.I. & examinees with writer. Max Marks-70

समय– 3 घण्टे + 20 मिनट प्रति घंटे अतिरिक्त–दृष्टिबाधित एवं साथ लेखक परीक्षार्थियों के लिए। अधिकतम अंक–70

Instructions:

- The question paper consists of three sections namely A, B, C. All sections are compulsory.
- Section A- Each question carries **3 mark**. **All questions are compulsory.**
- Section B- Answer any **5 out of 7** given questions in maximum one hundred fifty (150) words. Each question carries **7 marks**.
- Section C- Answer any **2 out of 3** given questions in maximum three hundred (300) words. Each question carries **10 marks**.

निर्देश:

- प्रश्न पत्र में तीन खण्ड अ, ब, व स हैं। सभी खण्ड अनिवार्य हैं।
- खण्ड–अ मे प्रत्येक प्रश्न तीन अंक का है। सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
- खण्ड–ब में सात प्रश्नों में से किन्हीं पाँच प्रश्नों के उत्तर अधिकतम 150 शब्दों में दें। प्रत्येक प्रश्न सात अंक का है।
- खण्ड–स में तीन प्रश्नों में से किन्हीं दो प्रश्नों के उत्तर अधिकतम (250-300) शब्दों में दे। प्रत्येक प्रश्न **10** अंक का है।

Section – A (खण्ड–अ)

Objective Questions(वस्तुनिष्ठ प्रश्न)

1. Answer all the following questions. 5x3 =15

निम्नलिखित सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

i) The 4^{th} differential co-efficient of the $cos(ax+b)$

a) $y_4 = a^4 sin(ax+b+\frac{n\pi}{2})$

b) $y_4 = a^4 \cos(ax+b+\frac{n\pi}{2})$

c) $y_4 = a^4 sin(ax+b+2\pi)$

d) $y_4 = a^4 \cos(ax+b+2\pi)$

ii) A vector field F is solenoidal, if

a) $Div\ F = 0$
b) $Div\ F \neq 0$
c) $Curl\ F = 0$
d) $Curl\ F \neq 0$

iii) The value of $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)$ is

a) $\sqrt{\pi}$
b) $\frac{\sqrt{\pi}}{2}$
c) $\frac{\sqrt{\pi}}{3}$
d) $\frac{\sqrt{\pi}}{4}$

iv) If $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ then $div\ \vec{r}$ is

a) 1

b) 2

c) 3

d) 0

v) The degree and order of differential equation $\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)^2 + \left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^4 + \frac{dy}{dx} + y = 0$

a) 2, 3

b) 3, 2

c) 2, 4

d) 4, 2

Section – B (खण्ड–ब)
Short Answer Questions (लघुउत्तरीय प्रश्न)

2. Answer any five of the following questions in maximum 150 words. **5x7=35**
निम्नलिखित में से किन्हीं पाँच प्रश्नों के उत्तर अधिकतम 150 शब्दों में दें।

i. Find the rank of matrix $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -2 & 4 \\ 3 & -2 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 3 & 4 \\ -2 & 4 & 0 & 5 \end{bmatrix}$

ii. Find $div\ \vec{F}$ and $curl\ \vec{F}$ where $\vec{F} = grad(x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz)$.

iii. Evaluate $\int_0^1 \frac{x^{m-1}+x^{n-1}}{(1+x)^{m+n}} dx$.

iv. Solve:- $(D^3 + D^2 - D - 1)y = \cos 2x$.

v. State the Mean Value theorem and expand $\tan x$ by Maclaurin's Theorem as for as x^5.

vi. If $f(x) = \frac{x}{1+e^{1/x}}$, $x \neq 0$ and $f(0) = 0$, then show that the function is continuous but not differentiable at $x = 0$.

vii. If $y = (\sin^{-1} x)^2$, prove that $(1 - x^2)y_{n+2} - (2n + 1)xy_{n+1} - n^2y_n = 0$.

Section – C (खण्ड–स)
Descriptive Questions (विवरणात्मक प्रश्न)

3. Answer any two of the following question in maximum 300 words. **2x10=20**
निम्नलिखित में से किन्हीं दो प्रश्नों के उत्तर अधिकतम 300 शब्दों में दें।

i) (a) State and Proof Legendre's duplication formula.

(b) If $\vec{F}(x, y, z) = xz^3\hat{i} - 2x^2yz\hat{j} + 2yz^4\hat{k}$, find the divergence and curl of $\vec{F}(x, y, z)$.

ii) Verify Stoke's theorem for $F = (x^2 + y^2)\hat{i} - 2xy\hat{j}$ taken round the rectangle bounded by the lines $x = \pm a, y = 0, y = b$.

iii) Find the characteristic equation of the symmetric matrix. $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$ and verify that is satisfied by A and hence obtain A^{-1}. Express

(a) $A^6 - 6A^5 + 9A^4 - 2A^3 - 12A^2 + 23A - 9I$

(b) $A^5 - 5A^4 + 3A^3 + 6A^2 - 6A + 2I$

as linear polynomial in A.